

К оценке влияния температурного фактора на несущую способность рулона магнитной ленты

Э. С. Уманский, В. В. Крючков, Н. С. Шидловский (Киев)

При оценке целостности рулона магнитной ленты и выборе режимов намотки необходимо учитывать влияние изменения температуры, свойственное реальным условиям эксплуатации.

Поле остаточных напряжений в рулоне, намотанном на сердечник из инородного материала, может существенно изменяться при изменении температуры системы. Как показывают опыты, при некоторых температурах имеет место значительное понижение межвитковых радиальных сжимающих напряжений, что ведет к нарушению целостности рулона.

В связи с этим представляет интерес теоретическая и экспериментальная оценка влияния изменения температуры на распределение напряжений в рулоне.

Поля остаточных напряжений, обусловленных тем или иным режимом намотки магнитной ленты, определены в работе [1]. В предположении абсолютно жесткого сердечника, без учета реологических свойств ленты получены следующие выражения для радиальных

перемещений, радиальных и окружных напряжений*:

$$u^* = \frac{H_0}{\delta \cdot h E_{\Theta}} \left\{ \frac{-(n+1)}{(n+1)^2 - \beta^2} \left[(\beta - \mu_{\Theta r}) \Omega_n \frac{r^{\beta}}{b^{\beta-1}} + (\beta + \mu_{\Theta r}) (\Omega_n - k) r^{-\beta} b^{\beta+1} \right] + \frac{r^{n+1}}{a^n} \frac{\beta^2 - \mu_{\Theta r} (n+1)}{(n+1)^2 - \beta^2} \right\}; \quad (1)$$

$$\sigma_r^* = -\frac{H_0}{\delta \cdot h} \frac{1}{(n+1)^2 - \beta^2} \left\{ \Omega_n \left[\left(\frac{\rho}{k} \right)^{\beta-1} - \left(\frac{k}{\rho} \right)^{\beta+1} \right] + (n+1) \left[k^n \left(\frac{k}{\rho} \right)^{\beta+1} - \rho^n \right] \right\}; \quad (2)$$

$$\sigma_{\Theta}^* = -\frac{H_0}{\delta h} \frac{\beta}{(n+1)^2 - \beta^2} \left\{ \Omega_n \left[\left(\frac{\rho}{k} \right)^{\beta-1} + \left(\frac{k}{\rho} \right)^{\beta+1} \right] - (n+1) \left[k^n \left(\frac{k}{\rho} \right)^{\beta+1} + \frac{\rho^n (n+1)}{\beta} \right] \right\}, \quad (3)$$

* В работе [1] выражения для радиальных и окружных напряжений содержат опечатки.

где

$$\Omega_n = \frac{[k^{\beta+1+n}(\beta + \mu_{\Theta r}) - \mu_{\Theta r}](n+1) + \beta^2}{k^{\beta+1}(\beta + \mu_{\Theta r}) + k^{1-\beta}(\beta - \mu_{\Theta r})}; \quad (4)$$

$\rho = r/a$ — относительный радиус катушки; r — текущий радиус катушки; a — радиус сердечника; b — внешний радиус намотанного рулона; $k = b/a$; H_0 — натяжение ленты при $r = a$; n — показатель степени в выражении для изменения усилия натяжения ленты в процессе намотки $H(r) = H_0 (r/a)^n$; δ — толщина ленты; h — ширина ленты; $\beta^2 = E_{\Theta}/E_r$; E_{Θ} , E_r — модули упругости рулона в окружном и радиальном направлениях; $\mu_{\Theta r}$ — коэффициент Пуассона, характеризующий сокращение в радиальном направлении при растяжении в окружном направлении; $\mu_{r\Theta}$ — коэффициент Пуассона, характеризующий удлинение в окружном направлении при сжатии в радиальном направлении, причем $E_{\Theta}\mu_{r\Theta} = E_r\mu_{\Theta r}$.

Звездочкой обозначено поле начальных напряжений и перемещений.

Рассмотрим теперь температурные напряжения, возникающие в системе рулон — сердечник (рис. 1).

Как и ранее [1], полагаем намотанный рулон магнитной ленты однородным цилиндрически ортотропным диском, а сердечник абсолютно жестким телом с изотропными теплофизическими константами.

В дальнейшем будем рассматривать случай осесимметричного стационарного температурного поля системы рулон — сердечник, который реализован в эксперименте и наиболее часто встречается при хранении и эксплуатации рулонов.

Введем следующие обозначения: \tilde{T} — изменение температуры системы; $\alpha_r, \alpha_{\Theta}$ — коэффициенты линейного термического расширения рулона в радиальном и окружном направлениях; α — коэффициент линейного термического расширения сердечника.

Статические, геометрические и физические уравнения осесимметричной задачи термоупругости для исследуемого тела приводят к разрешающему уравнению для радиального перемещения:

$$\frac{d^2 U^T}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dU^T}{dr} - \beta^2 \frac{U^T}{r} = \kappa(1 - \lambda^2 \beta^2) \frac{\tilde{T}}{r} + \frac{d\tilde{T}}{dr}, \quad (5)$$

где для краткости принято

$$\kappa = \alpha r + \mu_{\Theta r} \cdot \alpha_{\Theta}; \quad \lambda = (\alpha_{\Theta} + \mu_{\Theta r} \alpha_r) / (\alpha_r + \mu_{\Theta r} \cdot \alpha_{\Theta}).$$

При граничных условиях: 1) на свободной поверхности рулона при $r = b$ отсутствуют радиальные напряжения $\sigma_r^T = 0$; 2) на границе рулона и сердечника при $r = a$ обеспечивается совершенный контакт (за счет поля началь-

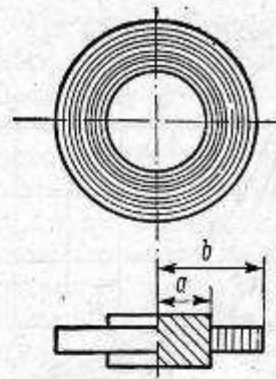
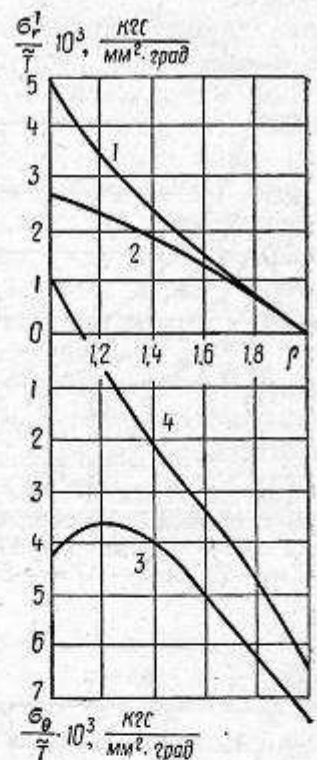


Рис. 1. Геометрические параметры системы рулон-сердечник.

Рис. 2. Распределение относительных температурных напряжений в рулоне магнитной ленты И-4406-б: 1, 3 — катушка на алюминиевый сердечник; 2, 4 — катушка на стальной сердечник.



ных напряжений), так что $U_{\text{рул}} = U_{\text{серд}}$, и при постоянном перепаде температур в результате решения получены следующие выражения для радиальных и окружных напряжений и радиального перемещения:

$$\sigma_r^T = \frac{E_r \cdot \tilde{T}}{1 - \mu_{r\Theta} \cdot \mu_{\Theta r}} \left\{ \frac{(\beta + \mu_{\Theta r}) \cdot A}{B} \rho^{\beta-1} - \frac{(\beta - \mu_{\Theta r}) \cdot D}{B} \rho^{-\beta-1} + \kappa \left[\frac{(1 - \lambda \beta^2)(1 + \mu_{\Theta r})}{1 - \beta^2} - 1 \right] \right\}; \quad (6)$$

$$\sigma_{\Theta}^T = \frac{E_{\Theta} \cdot \tilde{T}}{1 - \mu_{r\Theta} \cdot \mu_{\Theta r}} \left\{ \frac{(1 + \beta \mu_{r\Theta}) \cdot A}{B} \rho^{\beta-1} - \frac{(1 - \beta \mu_{r\Theta}) \cdot D}{B} \rho^{-\beta-1} + \kappa \left[\frac{(1 - \lambda \beta^2)(1 + \mu_{\Theta r})}{1 - \beta^2} - \lambda \right] \right\}; \quad (7)$$

$$U^T = \tilde{T} \cdot a \left[\frac{A}{B} \rho^{\beta} + \frac{D}{B} \rho^{-\beta} + \frac{\kappa(1 - \lambda \beta^2)}{1 - \beta^2} \rho \right], \quad (8)$$

где константы имеют вид

$$A = \left[\alpha - \frac{\kappa(1 - \lambda \beta^2)}{1 - \beta^2} \right] (\beta - \mu_{\Theta r}) k^{-\beta-1} - \kappa \left[\frac{(1 - \lambda \beta^2)(1 + \mu_{\Theta r})}{1 - \beta^2} - 1 \right]; \quad (9)$$

$$B = [(\beta - \mu_{\Theta r}) k^{-\beta-1} + (\beta + \mu_{\Theta r}) k^{\beta-1}]; \quad (10)$$

$$D = \left[\alpha - \frac{\kappa(1 - \lambda \beta^2)}{1 - \beta^2} \right] (\beta + \mu_{\Theta r}) k^{\beta-1} + \kappa \left[\frac{(1 - \lambda \beta^2)(1 + \mu_{\Theta r})}{1 - \beta^2} - 1 \right]. \quad (11)$$

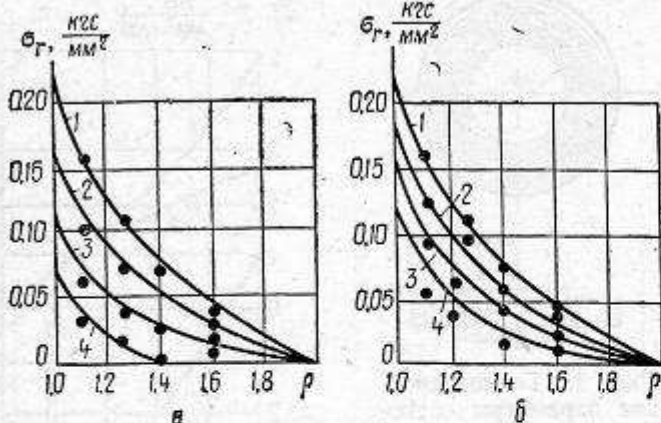


Рис. 3. Изменение радиальных напряжений в рулоне магнитной ленты И-4406-6, намотанной на алюминиевый (а) и стальной (б) сердечник, в зависимости от снижения температуры: 1 — $\Delta T = 0$; 2 — $\Delta T = -10^\circ\text{C}$; 3 — $\Delta T = -20^\circ\text{C}$; 4 — $\Delta T = -30^\circ\text{C}$.

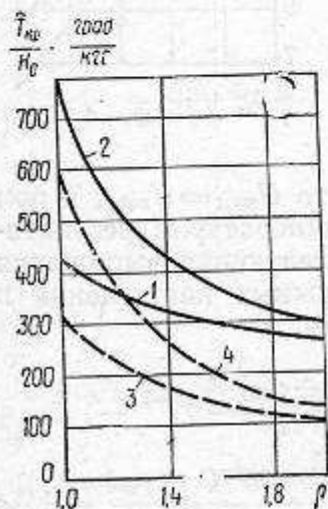


Рис. 4. Зависимости критического перепада температур рулона магнитной ленты И-4406-6 от относительного радиуса (при $k=2$): 1, 3 — алюминиевый сердечник при намотке соответственно с постоянным натяжением и постоянным моментом; 2, 4 — стальной сердечник при намотке соответственно с постоянным натяжением и с постоянным моментом.

В качестве критерия для оценки критического перепада температур, при котором возникает опасность расслоения рулона, можно принять равенство нулю суммарных радиальных напряжений на каком-либо радиусе:

$$\sigma_r^* + \sigma_r^T = 0. \quad (12)$$

Отсюда находим

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{кр} = & \frac{H_0 (1 - \mu_{\theta r} \mu_{\theta r}) \cdot B}{\delta \cdot \eta [(n+1)^2 - \beta^2] \cdot E_r} \times \\ & \times \frac{\Omega_n \left[\left(\frac{\rho}{k} \right)^{\beta-1} - \left(\frac{k}{\rho} \right)^{\beta+1} \right] + (n+1) \left[k^n \left(\frac{k}{\rho} \right)^{\beta+1} - \rho^n \right]}{[(\beta + \mu_{\theta r}) \cdot A \cdot \rho^{\beta-1} - (\beta - \mu_{\theta r}) \cdot D \cdot \rho^{-\beta-1}] +} \\ & + \kappa B \left[\frac{(1 - \lambda \beta^2) (1 + \mu_{\theta r})}{1 - \beta^2} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Формула (13) позволяет оценить критическое значение однородного перепада температур в зависимости от условий намотки рулона, его физических и геометрических параметров.

Расчет полей температурных напряжений произведен для рулонов магнитной ленты ти-

па И-4406-6 на полиэтилентерефталатной (лавсановой) основе, нашедших широкое применение на практике.

Поскольку определение механических характеристик рулона (E_{θ} , E_r , $\mu_{\theta r}$, $\mu_{r\theta}$) связано с некоторыми экспериментальными трудностями, модули упругости рулона в окружном направлении θ определяли динамическим способом при растяжении ленты, из которой намотан рулон, по методике, описанной в работе [2]. Радиальный модуль E_r и коэффициенты Пуассона $\mu_{\theta r}$ и $\mu_{r\theta}$ с известным приближением оценивали при сжатии пакетов, набранных из образцов магнитной ленты, на специально созданной установке.

Коэффициент температурного линейного расширения рулона α_{θ} , соответствующий расширению магнитной ленты в продольном направлении, находили по методике и на экспериментальной установке, описанных в работе [3].

Определенные трудности возникают при установлении коэффициента температурного расширения рулона в радиальном направлении α_r . Оценку этой величины осуществляли при охлаждении пакета, набранного из образцов магнитной ленты, по известной методике измерения температурных деформаций на dilatометре. Таким образом были получены следующие параметры рулона магнитной ленты типа И-4406-6:

$$E_{\theta} = 600 \text{ кгс/мм}^2; \quad E_r = 110 \text{ кгс/мм}^2; \quad \mu_{r\theta} = 0,056;$$

$$\mu_{\theta r} = 0,302; \quad \alpha_{\theta} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1};$$

$$\alpha_r = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}.$$

(Толщина ленты $\delta = 0,037$, толщина рулона $h = 6,25$ мм.)

Графики распределения температурных напряжений σ_r^T и σ_{θ}^T для рулона магнитной ленты И-4406-6, намотанной на алюминиевый сердечник ($\alpha = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}$) и на стальной ($\alpha = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}$), определенные по выражениям (6), (7), представлены на рис. 2.

Как указывалось выше, наибольшую опасность для целостности сформированного рулона представляет охлаждение последнего до некоторой температуры, при которой уровень упругих радиальных напряжений, образовавшихся в результате намотки, в одной из точек радиуса снизится до нуля за счет действия обратных по знаку температурных напряжений.

Характер изменения поля начальных радиальных сжимающих напряжений для охлаждаемых рулонов, намотанных на алюминиевый и стальной сердечники, показан на рис. 3, где кривые 1 соответствуют первоначальному полю радиальных напряжений рулона магнитной

ленты И-4406-6, намотанному с постоянным натяжением. Точки на рис. 3 соответствуют данным, полученным по методике определения радиальных напряжений, основанной на введении в тело намотки тонких стальных пластинок [1]. Согласно этой методике рулоны магнитной ленты наматывались при температурах 20, 30, 40 и 50 °С и после охлаждения сформированных рулонов до нормальной температуры производилось измерение радиальных напряжений.

Сравнение экспериментальных данных с результатами аналитического расчета свидетельствует о том, что приведенные теоретические зависимости с достаточной для практических целей точностью описывают перераспределение радиальных напряжений рулона при изменении его температуры.

Некоторое отклонение экспериментальных результатов от теоретических в сторону уменьшения, особенно в областях, близких к $\rho=1$, можно объяснить реологическими эффектами, активизирующимися при повышенных температурах и не учтенными в теоретических формулах.

Как видно из рис. 3, охлаждение рулонов уже на 20...30 °С приводит к существенному снижению радиальных остаточных напряжений в значительной области, примыкающей к внешнему краю рулона, что обуславливает его расслоение.

На рис. 4 приведены зависимости $\tilde{T}_{кр}$ от относительного радиуса намотки, определенные по формуле (13). Сплошные линии соответствуют намотке рулона с постоянным натяжением ленты (показатель степени зависимости изменения усилия $n=0$), штриховые — намотке рулона с постоянным моментом на валу двигателя намотки ($n=-1$).

Как видно, начало расслоения, обусловленного охлаждением, следует ожидать вблизи внешнего края рулона, поскольку для этого требуется наименьший перепад температур, что и подтверждается экспериментом.

Из рис. 4 также видно, что при прочих равных условиях с точки зрения обеспечения целостности рулона при его охлаждении после намотки более целесообразно создавать поле остаточных напряжений путем введения намотки с постоянным натяжением по всему радиусу намотки. Отметим, что уменьшение коэффициента термического линейного расширения материала сердечника ведет к увеличению допустимого температурного перепада системы рулон — сердечник.

Таким образом, приведенные формулы позволяют достаточно просто оценивать нарушение сплошности рулона заданных размеров и свойств при снижении температуры по сравнению с температурой формирования рулона.

Summary

The paper is concerned with results of a theoretical and experimental study on the effect of changes in temperature on supporting power of a magnetic tape roll considered as a homogeneous cylindrically orthotropic disk with a field of initial stresses formed under tape reeling up with constant tension or with constant moment on the reel-up engine shaft. Critical values of temperature drops are established, at which the roll integrity is broken, depending on the roll-up parameters and the core material.

1. Уманский Э. С., Крючков В. В., Раковский В. А. К вопросу об определении напряженного состояния магнитной ленты, намотанной в рулоне. — Пробл. прочности, 1978, № 3, с. 98—100.
2. Исследование динамических характеристик магнитных лент и их основ при продольных колебаниях / Уманский Э. С., Крючков В. В., Шидловский Н. С. и др. — Техника средств связи. Сер. Общетехн., 1977, вып. 2(6), с. 74—80.
3. О температурной усадке магнитных лент / Уманский Э. С., Крючков В. В., Шидловский Н. С. и др. — Техника средств связи. Сер. Общетехн., 1977, вып. 2(6), с. 81—89.

Киевский политехнический институт

Поступила в редакцию 24.III 1980 г.